

# Algorithme PanaMaths

## → Somme des $n$ premiers entiers naturels non nuls

### Introduction : quelques éléments mathématiques

L'algorithme présenté ici est un petit algorithme pour le calcul de la somme :  $1 + 2 + \dots + n$  où  $n$  est un entier naturel non nul.

Formellement, on pourra s'intéresser à la suite  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par récurrence par :

$$\begin{cases} S_1 = 1 \\ S_{n+1} = S_n + n + 1 \end{cases}$$

Un raisonnement par récurrence permet d'établir que, pour tout entier naturel  $n$  non nul, on a :

$$S_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Bien évidemment, le fait de disposer ainsi d'une définition explicite de la suite  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ , c'est-à-dire d'une expression de  $S_n$  en fonction de  $n$  pour tout  $n$  non nul, rend l'intérêt calculatoire de l'algorithme assez ... discutable ! Il est bien évident qu'ici c'est l'algorithme pour lui-même qui présente un intérêt essentiellement pédagogique.

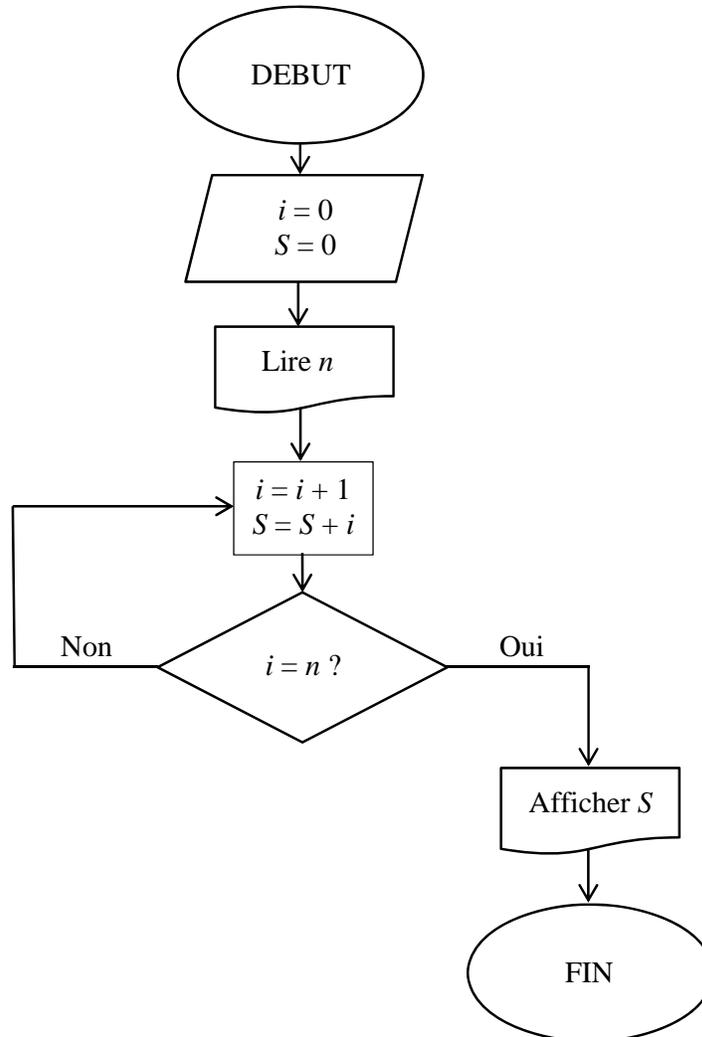
Nous revenons donc à la définition par récurrence :

$$\begin{cases} S_1 = 1 \\ S_{n+1} = S_n + n + 1 \end{cases}$$

Cette définition de la suite  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  nous donne en fait le cœur de l'algorithme. Pour un entier naturel  $N$  non nul donné, l'algorithme va, via une boucle, calculer les sommes  $S_2, S_3, \dots, S_N$  : on va utiliser une variable  $S$ , initialisée à 0 et définir une boucle de paramètre  $i$  (variant de 1 à  $N$ ) telle que à l'étape  $i$  la variable  $S$  prendra comme nouvelle valeur  $S+i$  :

```
S = 0
Pour i de 1 à N faire
  Début
  S = S + i
  Fin
```

## Organigramme



Au niveau de la mise en œuvre de cet algorithme simple, on peut ajouter à la lecture de la variable  $n$  un test pour garantir, avant d'entrer dans la boucle de calcul, que le nombre saisi est bien un entier naturel non nul (cf. l'algorithme AlgoBox fourni ci-après).

## L'algorithme AlgoBox

Voici l'algorithme que vous pouvez tester en ligne :

```
SommeEntiers - 30.04.2012
*****
Cet algorithme, très simple, permet de calculer la somme des
entiers de 1 à N, cette dernière variable étant précisée par
l'utilisateur.
*****
1  VARIABLES
2  N EST_DU_TYPE NOMBRE
3  I EST_DU_TYPE NOMBRE
4  S EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  //Initialisation de la variable S.
7  S PREND_LA_VALEUR 0
8  //Première saisie de la valeur de la variable N
9  AFFICHER "Saisir la valeur de l'entier naturel non nul
n."
10 LIRE N
11 TANT_QUE (N<1 OU N-floor(N)!=0 OU N>500000) FAIRE
12   DEBUT_TANT_QUE
13   AFFICHER "ATTENTION ! n doit être un entier naturel
non nul inférieur ou égal à 500 000 !"
14   LIRE N
15   FIN_TANT_QUE
16 //La valeur de la variable N est valide. On démarre le
calcul de S.
17 AFFICHER "CALCUL DE LA SOMME DES ENTIERS DE 1 A "
18 AFFICHER N
19 POUR I ALLANT_DE 1 A N
20   DEBUT_POUR
21   S PREND_LA_VALEUR S+I
22   FIN_POUR
23 //Affichage du résultat final.
24 AFFICHER "La somme cherchée vaut : "
25 AFFICHER S
26 FIN_ALGORITHME
```

Remarques :

- Quelques commentaires ont été ajoutés pour rendre l'algorithme plus lisible.
- Un test triple est effectué sur la variable  $N$  puisque celle-ci doit être :
  - Supérieure ou égale à 1.
  - Entière ( $N - \text{floor}(N)$  correspond à la différence entre  $N$  et sa partie entière et est nulle si, et seulement si,  $N$  est entière).
  - Inférieure ou égale à 500 000 tout simplement parce que la version courante d'AlgoBox impose cette limitation au niveau des boucles (500 000 itérations au maximum et ici, la variable  $N$  correspond exactement au nombre d'itérations effectuées).

---

## Extensions

1. On peut souhaiter effectuer plusieurs calculs à la suite. Dans ce cas, on placera l'algorithme précédent (à partir de la ligne 6) dans une boucle générale qui sera exécutée tant que la réponse à la question « Souhaitez-vous effectuer un nouveau calcul » sera affirmative. On sera ainsi amené à manipuler une boucle « TANT ... QUE » et à gérer une chaîne de caractère (la réponse à la question posée).
2. On peut, plus généralement, souhaiter calculer la somme de  $n$  termes consécutifs d'une suite arithmétique. Ici encore, l'objectif est essentiellement pédagogique.