

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

Exercice 1

4 points

Partie A (5×0.5 ; -0,25 si réponse fausse)

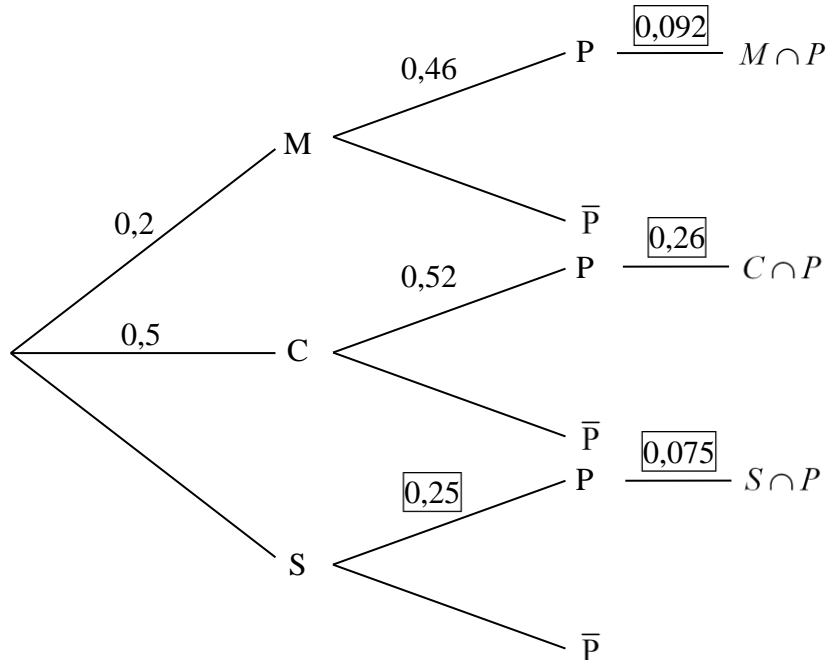
1	2	3	4	5
a	b	c	c	a

Partie B (2×0.75)

1. D'après les variations de f , f' doit être positive sur $[-5 ; 1]$ et négative sur $[1 ; 2,5]$, c'est donc la courbe 3.
2. D'après le signe de f , F doit être croissante sur $[-5 ; 2]$ et décroissante sur $[2 ; 2,5]$

Exercice 2

1. 0.5 pt Dans l'arbre ci-dessous, les valeurs encadrées sont les valeurs qui ont été ajoutées au fur et à mesure de la résolution de l'exercice.



2. a. 0.5 pt $M \cap P$: «L'acquéreur a choisi de la moquette pour le sol du salon et du papier peint pour les murs ».

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

b. **0.75 pt** On a : $p(M \cap P) = p_M(P) \times p(M)$. Or, d'après l'énoncé, on a :

$p_M(P) = 46\% = 0,46$ et $p(M) = 20\% = 0,2$. Il vient donc :

$$p(M \cap P) = p_M(P) \times p(M) = 0,46 \times 0,2 = 0,092.$$

$$\boxed{p(M \cap P) = 0,092}$$

3. a. **1 pt** On cherche dans cette question : $p(P \cap S)$.

Les événements M, C et S forment une partition de l'univers (chaque acquéreur choisit un type de sol et un seul) et la formule des probabilités totales nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} p(P) &= p(P \cap M) + p(P \cap C) + p(P \cap S) \\ \Leftrightarrow p(P \cap S) &= p(P) - p(P \cap M) - p(P \cap C) \end{aligned}$$

En procédant de façon analogue à ce qui a été fait à la question précédente, on a :

$$p(P \cap C) = p_C(P) \times p(C) = 0,52 \times 0,5 = 0,26$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} p(P \cap S) &= p(P) - p(P \cap M) - p(P \cap C) \\ &= 0,427 - 0,092 - 0,26 \\ &= 0,075 \end{aligned}$$

$$\boxed{p(P \cap S) = 0,075}$$

b. **0.75 pt** On cherche dans cette question : $p_S(P)$.

Par définition de la probabilité conditionnelle, on a : $p_S(P) = \frac{p(P \cap S)}{p(S)}$.

$$\text{D'où : } p_S(P) = \frac{p(P \cap S)}{p(S)} = \frac{0,075}{0,3} = \frac{75}{300} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

$$\boxed{p_S(P) = \frac{1}{4} = 0,25}$$

4. a. **0.75 pt** On peut noter X le nombre d'acquéreurs ayant choisi le papier peint. Pour $i = 1, 2, 3$ nous notons P_i l'événement : « le i ème acquéreur a choisi le papier peint ».

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

On s'intéresse dans cette question à l'événement « $X = 2$ ». On a :

$$p_1 = p(X = 2) = p(P_1 \cap P_2 \cap \bar{P}_3) + p(P_1 \cap \bar{P}_2 \cap P_3) + p(\bar{P}_1 \cap P_2 \cap P_3)$$

Or, les choix sont indépendants (nous sommes dans le cadre de la répétition d'expériences indépendantes). D'où :

$$p(P_1 \cap P_2 \cap \bar{P}_3) = p(P_1 \cap \bar{P}_2 \cap P_3) = p(\bar{P}_1 \cap P_2 \cap P_3) = 0,427^2 \times (1 - 0,427)$$

Finalement :

$$\begin{aligned} p_1 &= p(P_1 \cap P_2 \cap \bar{P}_3) + p(P_1 \cap \bar{P}_2 \cap P_3) + p(\bar{P}_1 \cap P_2 \cap P_3) \\ &= 3 \times 0,427^2 \times (1 - 0,427) \\ &\approx 0,313 \end{aligned}$$

$$p_1 \approx 0,313$$

b. **0.75 pt** L'événement contraire est O : « Aucun des acquéreurs n'a choisi le papier peint ».

On a, en reprenant les notations précédentes :

$$p_2 = 1 - p(O) = 1 - p(\bar{P}_1 \cap \bar{P}_2 \cap \bar{P}_3) = 1 - 0,573^3 \approx 0,812$$

$$p_2 \approx 0,812$$

Exercice 3

6 points

Partie A

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1$ **0.5 pt**
- $P'(x) = \frac{1 \times (x+1) - 1 \times (x+300)}{(x+100)^2} = \frac{-200}{(x+100)^2}$ **0.5 pt**
- P' étant strictement négative, P est strictement décroissante sur $[100; +\infty[$ **0.5 pt**

Partie B

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} S(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$ **0.5 pt**
- $S'(x) = 1 \times P(x) + xP'(x) = \frac{x^2 + 200x + 30000}{(x+100)^2}$ **1 pt**
- $x + 200 - 20000 \times \frac{1}{x+100} = \frac{(x+200)(x+100) - 20000}{x+100} = xP(x) = S(x)$ **0.5 pt**
- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (S(x) - (x + 200)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-20000}{(x+100)^2} = 0$ **1 pt**

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

Ainsi la droite d'équation $y = x + 200$ est asymptote oblique à C_S en $+\infty$

b. $S(x) - (x + 200) = \frac{-20000}{(x+100)^2} < 0$ donc C_S est en dessous de son asymptote. **0.5 pt**

Partie C

On doit résoudre :

$$S(x) \leq 900$$

$$x(x + 300) \leq 900(x + 100)$$

$x^2 - 600x - 90000 \leq 0$ soit après une étude du polynôme et en tenant compte du domaine de définition $100 \leq x \leq 300(1 + \sqrt{2})$. La quantité maximale est donc d'environ 724 kg. **1 pt**

Exercice 4

1. **2 pt** On a (les chiffres en gras sont ceux donnés dans l'énoncé) :

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise Internet régulièrement	760 (2000 - 630 - 350)	630	350 (70% × 500)	1740
N'utilise pas Internet régulièrement	40 (260 - 150 - 70)	70 (700 - 630)	150 (500 - 350)	260 (2000 - 1740)
Total	800 (ce nombre sert à vérifier les calculs)	700 (35% × 2000)	500 ($\frac{1}{4}$ × 2000)	2000

2. **0.75 pt** On cherche dans cette question $p(S \cap I)$.

Il y a 760 élèves qui sont en seconde et qui utilisent Internet régulièrement. On en déduit immédiatement :

$$p(S \cap I) = \frac{760}{2000} = \frac{38}{100} = 0,38$$

$$\boxed{p(S \cap I) = 0,38}$$

3. **0.75 pt** Pour déterminer $p_T(I)$, on se limite aux élèves de Terminale. Il y en a 500. Parmi eux, 350 utilisent régulièrement Internet. On a donc :

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

$$p_T(I) = \frac{350}{500} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$\boxed{p_T(I) = 0,7}$$

Ainsi : « sachant que l'élève est en Terminale, la probabilité qu'il s'intéresse à Internet est égale à 0,7 ». Soit encore : « parmi les élèves de Terminale, 70% s'intéressent à Internet ».

4. **0.75 pt** On cherche dans cette question $p(\bar{I})$.

Seuls 260 élèves ne s'intéressent pas à Internet. On a donc immédiatement :

$$p(\bar{I}) = \frac{260}{2000} = \frac{13}{100} = 0,13$$

$$\boxed{p(\bar{I}) = 0,13}$$

5. **0.75 pt** On cherche dans cette question $p_I(E)$.

Il y a 1740 lycéens s'intéressant à Internet. Parmi eux, il y a 630 élèves en Première. Il vient donc immédiatement :

$$p_I(E) = \frac{630}{1740} = \frac{63}{174} = \frac{3 \times 21}{3 \times 58} = \frac{21}{58}$$

$$\boxed{p_I(E) = \frac{21}{58}}$$

Exercice 4 (5 points) (Antilles Guyane juin 2011)

Elèves ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007+n)$.

On a donc $u_0 = 40000$.

1. a. Calculer u_1 et u_2 . (0,5pt)

$$u_1 = 0,95u_0 + 200$$

$$u_1 = 0,95 \times 40000 + 200 = 38200$$

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

$$u_2 = 0,95u_1 + 200$$

$$u_2 = 0,95 \times 38200 + 200 = 36490$$

b. Montrer que, pour tout entier n naturel on a $u_{n+1} = 0,95 u_n + 200$. (0,5pt)

Si u_n est la quantité rejetée par l'année n ; alors la quantité u_{n+1} rejetée l'année $n+1$, va correspondre à une diminution de 5% de la quantité u_n auquel on ajoute 200t.

Donc : $u_{n+1} = 0,95 u_n + 200$.

2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = u_n - 4000$.

a. Calculer s_0 (0,25pt)

$$s_0 = u_0 - 4000$$

$$s_0 = 40000 - 4000 = 36000$$

b. Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. (0,75pt)

Déterminons un réel q tel que $s_{n+1} = q \times s_n$

$$s_{n+1} = u_{n+1} - 4000$$

$$s_{n+1} = 0,95u_n + 200 - 4000$$

$$s_{n+1} = 0,95u_n - 3800$$

$$s_{n+1} = 0,95 \left(u_n - \frac{3800}{0,95} \right)$$

$$s_{n+1} = 0,95(u_n - 4000)$$

$$s_{n+1} = 0,95s_n$$

Donc la suite (s_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme

$$s_0 = 36000$$

c. Pour tout entier naturel n , exprimer s_n en fonction de n . (0,75pt)

$$s_n = s_0 \times q^n$$

$$s_n = 36000 \times (0,95)^n$$

En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 36000 \times 0,95^n + 4000$.

Comme $u_n = s_n + 4000$

$$\text{On a } \boxed{u_n = 36000 \times (0,95)^n + 4000}$$

d. Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.

En 2011, on a $2011 = 2007 + n$ d'où $n = 4$

Calculons u_4

$$u_4 = 36000 \times (0,95)^4 + 4000 \quad (0,5pt)$$

$$u_4 \approx 33322 \text{ tonnes}$$

e. Calculer la limite de la suite (s_n) quand n tend vers l'infini, en déduire la limite de la suite (u_n) quand n tend vers l'infini.

Correction du bac blanc

TES - Décembre 2012

la suite (s_n) est une suite géométrique de raison 0,95. Or $0 < 0,95 < 1$ on a donc

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (0,95)^n = 0 \text{ et } \boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 0} \quad (0,5\text{pt})$$

Comme $u_n = 36000 \times (0,95)^n + 4000$ on a $\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4000}$ (0,25pt)

f. On pose $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ et $E_n = s_0 + s_1 + \dots + s_n$

Exprimez T_n et E_n explicitement en fonction de n.

E_n est la somme de n termes d'une suite géométrique donc $E_n = s_0 \times \frac{(1 - q^{n+1})}{(1 - q)}$

$$E_n = 3600 \times \frac{(1 - 0,95^{n+1})}{(1 - 0,95)}$$

$$E_n = \frac{3600}{0,05} \times (1 - 0,95^{n+1})$$

$$\boxed{E_n = 72000 \times (1 - 0,95^{n+1})} \quad (0,5\text{pt})$$

$$T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$T_n = (s_0 + 4000) + (s_1 + 4000) + \dots + (s_n + 4000)$$

$$T_n = s_0 + s_1 + \dots + s_n + 4000 \times (n+1)$$

$$T_n = E_n + 4000(n+1)$$

$$\boxed{T_n = 72000(1 - (0,95)^{n+1}) + 4000(n+1)} \quad (0,5\text{pt})$$