T°S6 ET 7
DTL DE MATHEMATIQUES N° 2
2 DECEMBRE 2014
Durée 2h
Calculatrices

CORRIGE

I-QCM. Indiquer dans le tableau joint en annexe, l'UNIQUE bonne réponse.
Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise réponse enlève 0,25 points et l'absence de réponse n'est pas sanctionnée.

1. Réponse c

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$

f est dérivable en -1 signifie que :

a. $\lim_{x\to -1} f(x)$ est un réel
b. $\lim_{x\to 0} f(x-1)$ est un réel
c. $\lim_{x\to 0} \frac{f(-1+x)-f(-1)}{x}$ est un réel
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Pour les questions 2, 3, 4 et 5 :

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x)=\begin{cases} x^3 \text{ sur }]-\infty;0] \\ x^2 \text{ sur }]0;1] \\ x \text{ sur }]1;4[\\ \sqrt{x} \text{ sur } [4;+\infty[\end{cases}$$

2. Réponse b

Le plus grand ensemble sur lequel h est continue est :

a. $\mathbb{R}$
b. $\mathbb{R}\setminus\{4\}$
c. $\mathbb{R}\setminus\{4;1;0\}$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

3. Réponse d

Le plus grand ensemble sur lequel h est dérivable est :

a. $\mathbb{R}$
b. $\mathbb{R}\setminus\{4\}$
c. $\mathbb{R}\setminus\{4;1;0\}$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

4. Réponse b

le nombre de solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $h(x)=3$ est :

a. 1
b. 2
c. 3
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

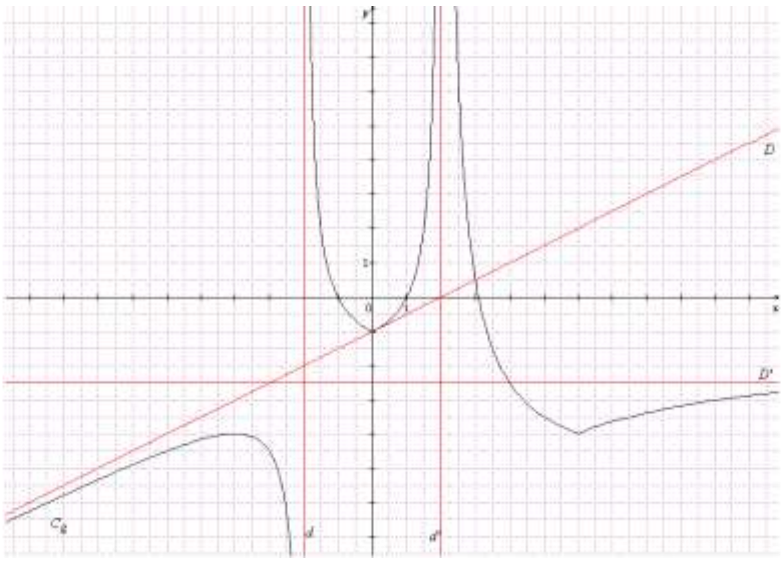
5. Réponse c

le nombre de solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $\frac{2h(x)}{x}=1$ est :

a. 1
b. 2
c. 3
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

Pour les questions 6, 7, 8, 9 et 10 :

Ci-jointes la courbe C_g représentative d'une fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ ainsi que ses asymptotes $d; d'; D$ et D' dans un repère orthonormé



6. Réponse a

L'équation réduite de D est :

a. $y=\frac{1}{2}x-1$
b. $y=x-1$
c. $y=2x-1$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

7. Réponse a

$\lim_{x\to+\infty} g(x)-2,5=$

a. -5.
b. 0.
c. 5.
d. Aucune des trois propositions précédentes n'est correcte.

8. Réponse c

$g'(4) =$

a. $\frac{-2}{3}$.

b. $\frac{2}{3}$.

c. $\frac{-3}{2}$.

d. $\frac{3}{2}$.

9. Réponse c

le nombre de solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $g'(x) = 0$ est :

a. 0.
b. 1.
c. 2.
d. 3.

10. Réponse d

l'équation $g(x) = k$ admet deux solutions réelles si et seulement si k appartient à :

a. $]-\infty; -4[$

b. $]-\infty; -2,5[$

c. $]-\infty; -4[\cup]-4; -2,5[$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

11. Réponse c

La limite en $x = 1$ de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

est égale à :

a. 1 b. 2 c. 3 d. $+\infty$

12. Réponse a

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -3x + 2\sin 2x$$

Alors:

a. f est impaire sur $\mathbb{R}$

b. f' est positive sur $\mathbb{R}$

c. f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

d. f est paire sur $\mathbb{R}$

Pour les questions 13, 14, 15, 16, 17 et 18 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x.\cos\left(\frac{x}{3}\right)$

13. Réponse b

***f* est :**

a. paire
b. impaire
c. paire et impaire
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

14. Réponse d

***f* est :**

a. périodique de période 2π
b. périodique de période 6π
c. périodique de période $2\pi/3$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

15. Réponse d

Le nombre de solutions sur $[-2\pi; 2\pi]$ de l'équation $f(x) = 0$ est :

a. 0.
b. 1.
c. 2
d. 3

16. Réponse d

Sur $\mathbb{R}$, la fonction dérivée f' est définie par $f'(x) =$

a. $-x.\sin\left(\frac{x}{3}\right)$
b. $\cos\left(\frac{x}{3}\right) + x.\sin\left(\frac{x}{3}\right)$
c. $\cos\left(\frac{x}{3}\right) - x.\sin\left(\frac{x}{3}\right)$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

17. Réponse d

$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ **=**

a. 0.
b. $-\infty$
c. $+\infty$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

18. Réponse a

$\lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) =$

a. 0
b. $-\infty$
c. $+\infty$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

II-VRAI/FAUX. Répondre par V ou F dans le tableau joint en annexe.
Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise réponse enlève 0,25 points et l'absence de réponse n'est pas sanctionnée.

A. V-F-V-F

On considère un espace probabilisé $(\Omega,\ p)$ et deux évènements A et B dans Ω.
On sait que $p(A) = \dfrac{1}{5}$, que $p_A(B) = \dfrac{1}{3}$ et que $p\left(\overline{A} \cap B\right) = \dfrac{2}{3}$.

a. On a : $p_{\overline{A}}(B) = \dfrac{5}{6}$;

b. On a : $p\left(A \cap \overline{B}\right) = \dfrac{1}{3}$;

c. On a : $p(B) = \dfrac{11}{15}$.

d. On a : $p_{\overline{B}}\left(\overline{A}\right) = \dfrac{2}{15}$.

B. F-V-F-V

Soit u une suite numérique dont aucun terme n'est nul. On définit la suite v par :
$v_n = 1 + \dfrac{1}{u_n}$.

a. Si u est convergente, alors v est convergente.

b. Si u est minorée par 1, alors v est majorée par 2.

c. Si u est majorée par 0,5 alors v est minorée par 3.

d. On suppose ici que u est définie par : $u_0 > 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 2}$. Alors v est une suite géométrique.

C. V-V-V-V

SUITE DÉFINIE PAR UN ALGORITHME

Soit $n \in \mathbb{N}$, on considère la suite (u_n) où u_n est le réel affiché par l'algorithme ci-contre lorsque l'utilisateur entre la valeur de n.

a. $u_3 = 11$.

b. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$.

c. La suite (u_n) est strictement croissante.

d. Pour tout entier naturel n, $u_n = n^2 + 2$.

```
VARIABLES
  u EST DU TYPE NOMBRE
  n EST DU TYPE NOMBRE
  k EST DU TYPE NOMBRE
DÉBUT ALGORITHME
  LIRE n
  u PREND LA VALEUR 2
  k PREND LA VALEUR 0
TANT OUE (k < n) FAIRE
    DEBUT TANT OUE
    k PREND LA VALEUR k + 1
    u PREND LA VALEUR u + 2⋆ (k − 1) + 1
    FIN TANT OUE
AFFICHER u
FIN ALGORITHME
```

D. V-V-F-V

On étudie l'évolution de deux fourmilières A et B.
Chaque mois, 20 % des fourmis de A passent en B et 30 % des fourmis de B passent en A.
Au bout d'un nombre de mois égal à n, on note u_n et v_n le nombre total (en milliers de fourmis) de fourmis présentes respectivement dans les fourmilières A et B.
On a dénombré que, initialement, on avait $u_0 = 320$ et $v_0 = 180$.

a. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $\left\{\begin{array}{lcl} u_{n+1} & = & \frac{4}{5}u_n + \frac{3}{10}v_n \\ v_{n+1} & = & \frac{1}{5}u_n + \frac{7}{10}v_n. \end{array}\right.$

b. La suite $s = u + v$ est une suite constante.

c. La suite $t = -2u + 3v$ est géométrique de raison 1 et vérifie, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $t_n = \frac{-100}{2^n}$.

d. Quel que soit $n \in \mathbb{N}$, on a : $v_n = 200 - \frac{20}{2^n}$.

NOM Prénom : **T°S**

ANNEXE A RENDRE

I-QCM

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	D	B	C	A	A	C	C

10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	C	A	B	D	D	D	D	A

II-V ou F

Aa	Ab	Ac	Ad	Ba	Bb	Bc	Bd
V	F	V	F	F	V	F	V

Ca	Cb	Cc	Cd	Da	Db	Dc	Dd
V	V	V	V	V	V	F	V